

О моделировании гидродинамического режима течений в системах речных русел в период прохождения волны половодья на примере участка р. Оби

А. А. АТАВИН, Т. Э. ОВЧИННИКОВА*, О. В. КОНДАКОВА

Институт водных и экологических проблем СО РАН, 656038, Барнаул, Россия

*Контактный автор: Овчинникова Тамара Эдуардовна, e-mail: teonew@iver.nsc.ru

Поступила 13 декабря 2022 г., доработана 16 января 2023 г., принята в печать 13 февраля 2023 г.

Рассмотрен пример численного моделирования прохождения волны половодья на участке верхней и средней Оби ниже плотины Новосибирской ГЭС. Расчеты выполнены с использованием численной модели для описания распространения и трансформации волн половодий и паводков в системе русел (STREAM), разработанной в ИВЭП СО РАН. Модель основана на одномерных уравнениях Сен-Венана. Система русел моделируется в виде графа типа дерево, в вершинах которого задаются условия сопряжения основных гидродинамических параметров. Приведена приближенная численная оценка порядка точности метода решения. Результаты моделирования хорошо согласуются с данными наблюдений.

Ключевые слова: система русел, половодье, распространение волны.

Цитирование: Атавин А.А., Овчинникова Т.Э., Кондакова О.В. О моделировании гидродинамического режима течений в системах речных русел в период прохождения волны половодья на примере участка р. Оби. Вычислительные технологии. 2023; 28(5):4–14. DOI:10.25743/ICT.2023.28.5.002.

Введение

При прогнозировании возможной зоны затопления и других последствий распространения половодий и паводков математическое моделирование является очень важным инструментом. Так как возмущения имеют довольно малую амплитуду и распространяются в основном вдоль русла (одномерный процесс), для описания распространения этих возмущений часто используется одномерная теория мелкой воды.

Участок реки может быть представлен в виде системы русел как ориентированный граф [1] или одномерный комплекс [2, 3], т. е. множество вершин, соединенных между собой отрезками, длины которых равны длинам соответствующих участков русла и для которых указана начальная и конечная вершины (левый и правый конец). Отметим, что в предлагаемой модели рассматриваются только такие графы, в которых из каждой вершины (кроме конечной) выходит ровно один отрезок, а входит может несколько. Структура графа описывается с помощью матрицы связностей размерности $2 \times M$, где M — число участков. Первая строка матрицы содержит номера левых вершин, вторая — правых. Номера отрезков совпадают с номерами левых концов. Подробное описание задания нумерации вершин и структуры графа можно найти в [4, 5].

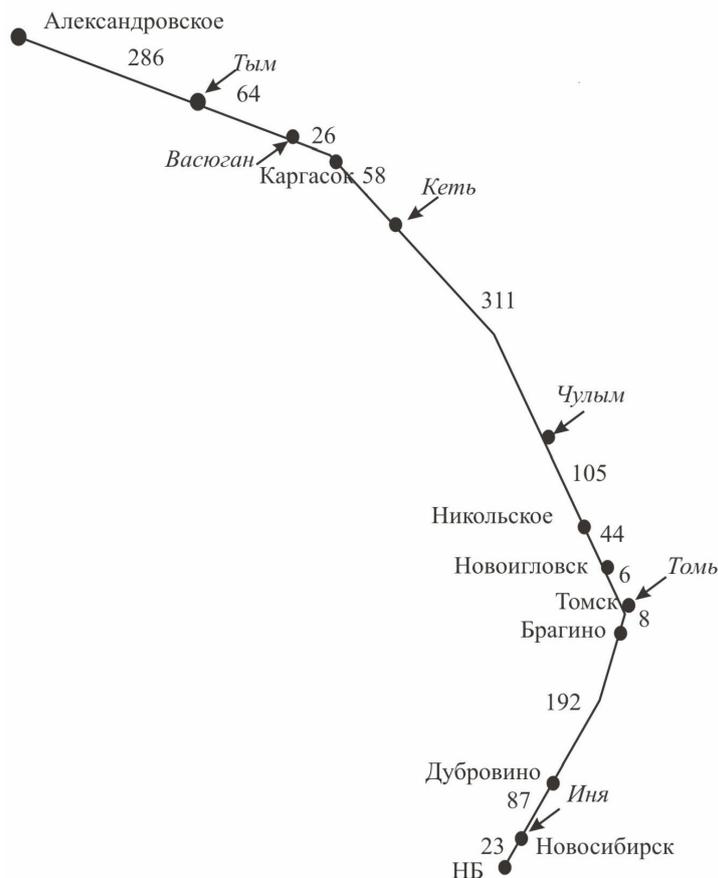


Рис. 1. Схема участка р. Оби с указанием расстояний между створами, км

Fig. 1. The scheme of the section of Ob river with indication of the distances between the gates, km

В настоящей работе моделируется участок р. Оби от плотины Новосибирской ГЭС до с. Александровское. Учитываются расходы нескольких притоков. На рис. 1 приведена схема участка, на которой стрелками обозначены устья притоков.

1. Математическая модель

Течение в русле моделируется одномерными уравнениями Сен-Венана с условиями сопряжения на границах участков. Для каждого участка русла уравнения имеют вид [4–9]:

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_*, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial vQ}{\partial x} + g\omega \frac{\partial z}{\partial x} = q_* v_* - g\omega \frac{Q|Q|}{K^2}. \quad (2)$$

Здесь x — расстояние вдоль оси русла (по тальвегу); t — время; $z(x, t)$ — ордината свободной поверхности русла в абсолютной системе отсчета (в данном случае в Балтийской); $z_b(x)$ — отметка дна в этой же системе; $h(x, t) = z(x, t) - z_b(x)$ — глубина потока; $B(x, z)$ — ширина русла в сечении x ; $Q(x, t)$ — расход воды через поперечное сечение русла. Пусть $b(x, \xi)$ — ширина русла на расстоянии ξ от дна. Тогда

$\omega(x, z) = \int_0^h b(x, \xi) d\xi$ — площадь поперечного сечения; $v = Q/\omega$ — средняя скорость течения; $q_*(x, t, h)$ — расход путевого притока на единицу длины русла; v_* — проекция скорости путевого притока на ось OX (чаще всего полагают $v_* = 0$); $K = C\omega R^{1/2}$ — модуль расхода; $R = \omega(x, z)/\chi(x, z)$ — гидравлический радиус; $\chi(x, z)$ — смоченный периметр; $C = R^{1/6}/\kappa$ — коэффициент Шези, рассчитываемый по формуле Маннинга [6]; κ — коэффициент шероховатости.

В модели STREAM система уравнений (1), (2) приводится к характеристической форме [7], векторная запись которой имеет вид

$$\mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \Lambda \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{F}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} z \\ Q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -B(v-c) & 1 \\ -B(v+c) & 1 \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} v+c & 0 \\ 0 & v-c \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} v^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \Big|_{h=\text{const}} - B \frac{dz_b}{dx} \right) - g\omega \frac{Q|Q|}{K^2} + q_*(v_* - v + c) \\ v^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \Big|_{h=\text{const}} - B \frac{dz_b}{dx} \right) - g\omega \frac{Q|Q|}{K^2} + q_*(v_* - v - c) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} F_1(\mathbf{u}) \\ F_2(\mathbf{u}) \end{bmatrix},$$

$c = \sqrt{g\omega/B}$ — скорость распространения малых возмущений.

К основным уравнениям, описывающим течения на участках русла, добавляются условия сопряжения в вершинах графа [3, 4]. Эти условия задаются в единообразной форме как для внутренних, так и для концевых вершин, в которых задаются граничные условия. Условия формулируются следующим образом. Пусть j — номер вершины; γ^j — множество номеров отрезков, примыкающих к этой вершине; $z^j(t)$ — ордината свободной поверхности в вершине; $Q^j(t)$ — расход сосредоточенного притока к вершине, помимо расходов по примыкающим отрезкам; $\Omega^j(z^j)$ — площадь свободной поверхности сосредоточенной емкости (при ее отсутствии $\Omega^j(z^j) = 0$).

Баланс расходов

$$\sum_{m \in \gamma^j} \eta_m^j Q_m^j + Q^j = \Omega^j \frac{dz^j}{dt}, \quad \eta_m^j = \begin{cases} -1 & \text{для левого конца отрезка,} \\ 1 & \text{для правого конца отрезка.} \end{cases} \quad (4)$$

Связь между параметрами в вершине, задаваемая функцией

$$g^j(z^j, Q^j, t) = 0. \quad (5)$$

Условия примыкания

$$f_m^j(z_m^j, Q_m^j, z_j, t) = 0 \quad \forall m \in \gamma^j. \quad (6)$$

Для пояснения условий приведем некоторые примеры. Для уравнения (5) можно рассмотреть следующие варианты: $Q^j = 0$ — сосредоточенный приток отсутствует; $Q^j = Q(t)$ — расход притока есть заданная функция времени. Для уравнения (6) можно использовать простой подход, когда уровень в вершине совпадает с уровнями примыкающих отрезков или при наличии гидротехнического сооружения, поддерживающего

уровень $z = \tilde{z}(t)$. Уравнения (3) вместе с краевыми условиями в концевых вершинах и условиями сопряжения образуют замкнутую систему [3, 4]. Помимо этого необходимо задать начальные условия

$$z_m(x, t_0), Q_m(x, t_0) \forall m, \quad z^j(t_0) \forall j. \quad (7)$$

2. Численный метод

Для решения начально-краевой задачи (3)–(7) используется метод конечных разностей. Уравнения (3) аппроксимируются четырехточечной схемой с первым порядком аппроксимации по времени и вторым по пространству [4]. Шаг по времени одинаков для всех участков, а пространственный шаг задается постоянным на каждом участке, но может меняться от участка к участку. При построении линейной системы уравнений условия сопряжения линеаризуются и включаются в систему. В итоге получается трехдиагональная система уравнений относительно вектора \mathbf{u} с краевыми условиями в концевых вершинах. Для ее решения используется неявный метод Института гидродинамики, или метод прогонки для трехдиагональных матриц [3].

Выбранная разностная схема при отсутствии конвективного члена имеет второй порядок точности по x , но при наличии линеаризованной функции \mathbf{F} и условий сопряжения в вершинах порядок может понизиться. Поэтому была получена приближенная численная оценка порядка точности по формуле Рунге [10, 11]

$$r(T, Q, x) = \log_2 \left(\frac{|\delta Q_1(T, x)|}{|\delta Q_2(T, x)|} \right), \quad \delta Q_i = Q_{hx_i} - Q_{hx_{i+1}},$$

использующей решение задачи на последовательности вложенных сеток с постоянными шагами $hx_1 = h$, $hx_2 = h/2$, $hx_3 = h/4$ и постоянном шаге по времени. Здесь T — момент времени, для которого определяется локальный порядок сходимости в точке x ; Q_{hx_i} — решение, полученное на сетке с шагом hx_i . Оценка выполнялась для переменной Q , потому что только в уравнении (2) имеется конвективный член. Расчеты выполнены для режима течений с заданными постоянными расходами в концевых вершинах.

В численных экспериментах использовалась схема русла типа дерево, состоящего из трех отрезков (рис. 2). Расчеты показали [12], что на большей части расчетной области локальный порядок сходимости близок к 2 и только в окрестности вершины номер 2 его значение колеблется. На рис. 3 приведен график локального порядка сходимости для участка между второй и четвертой вершинами.

С учетом этой оценки получена зависимость величины погрешности от шага пространственной сетки при использовании правила Рунге [13]. В этом методе погрешность определяется формулой

$$E = \max_j \frac{|Q_{hx_i}(x_j) - Q_{hx_{i+1}}(x_j)|}{2^p - 1},$$

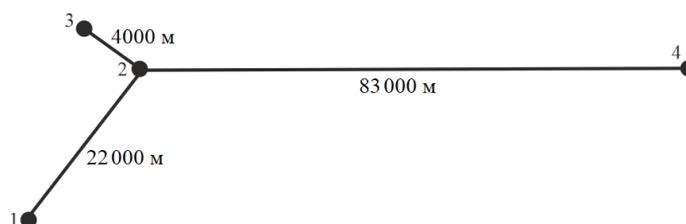


Рис. 2. Схема системы русел типа дерево

Fig. 2. The scheme of the system of channels as the tree type

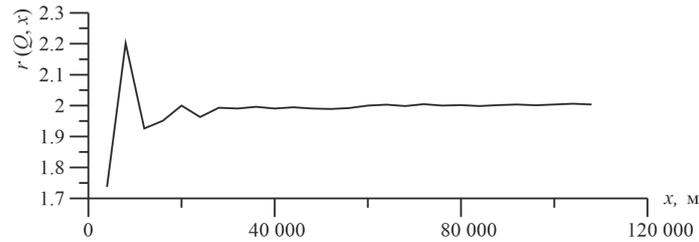


Рис. 3. Распределение локального порядка сходимости при $T = 72$ ч
 Fig. 3. Distribution of the local order of convergence at $T = 72$ h

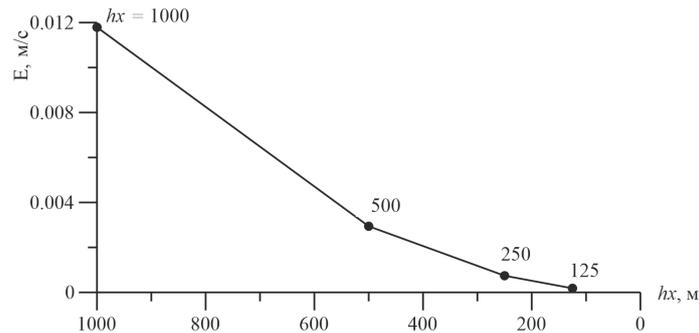


Рис. 4. Погрешность E ; величина пространственного шага hx
 Fig. 4. The error E ; the value of the spatial step hx

где p — порядок аппроксимации (в нашем случае $p = 2$); Q_{hx_i} , $Q_{hx_{i+1}}$ — расходы, полученные на вложенных сетках. На рис. 4 показано, что погрешность E убывает с уменьшением шага hx , а скорость убывания уменьшается по мере приближения к предельному сеточному решению при $hx \rightarrow 0$. Величина погрешности изменяется от $4 \cdot 10^{-4}$ при $hx = 1000$ м и до $6 \cdot 10^{-6}$ при $hx = 125$ м.

3. Моделирование прохождения волны половодья в р. Оби в условиях многоводного года

Рассматриваемый участок р. Оби включает 13 створов (что соответствует 12 отрезкам моделирующего графа), шесть из которых соответствуют устьям учтенных притоков (см. рис. 1).

При построении морфометрической модели русла частично использовались данные лоцманской карты (для первых трех створов, а также значение среднего уклона дна р. Оби) и данные экспедиционных исследований ИВЭП СО РАН. Гидрологические данные взяты из источника открытого доступа АИС ГВМО [14].

Поскольку подробные данные по морфометрии и гидрологическим характеристикам притоков по их длине отсутствуют, в соответствующих вершинах графа ставятся условия наличия сосредоточенных притоков с заданными расходами.

Начально-краевая задача. Для численных экспериментов выбран многоводный 2014 г. Условия сопряжения были следующие. Для всех внутренних вершин графа задается баланс расходов (4). Условие (5) определяется функцией

$$Q^j = \begin{cases} 0 & \text{для вершин без притоков;} \\ \tilde{Q}(t) & \text{для вершин с притоками.} \end{cases}$$

В качестве условия примыкания (6) задается простой подход к вершине. В начальном створе задается расход как функция времени $Q(t)$. Для этого используются данные наблюдений. Численные эксперименты выполнены при пространственном шаге $hx = 1$ км, шаге по времени $\tau = 1$ ч и коэффициенте шероховатости $\kappa = 0.015$.

В замыкающем створе задается кривая расходов в виде функции $Q = Q(z)$. Такой подход довольно часто используется в случае медленно изменяющегося неустановившегося движения. При построении такой функции следует учитывать, что она не всегда бывает однозначной, на что указывают литературные источники [6, 15–17]. Значение $Q(z)$ должно увеличиваться с ростом уровня воды, но характер роста отличается в периоды подъема и спада половодья, поскольку в этих двух условиях имеет место разный уклон поверхности воды. В монографии [6] отмечается, что при прохождении изолированного паводка расход на фазе подъема проходит через створ при большем уклоне, чем на спаде, и поэтому на более низкой отметке уровня.

Одним из способов преодоления проблемы неоднозначности кривой расходов является разбиение временного интервала на участки монотонного (или близкому к нему) поведения кривой расходов и изучение каждого участка с использованием отдельного условия [6].

Для определения расчетного интервала времени проанализированы сроки прохождения волны половодья для выделенного участка р. Оби с использованием данных [14] с 2008 по 2014 г. Период прохождения половодья в разных створах охватывал диапазон примерно с конца мая до начала сентября с некоторыми отклонениями от года к году. В замыкающем створе (гидропост с. Александровское) практически в течение всего этого периода происходит спад уровня, что отличает этот створ от большинства расположенных выше по течению, в которых присутствуют и подъем, и спад. Таким образом, для этого створа возможно использование однозначной кривой расходов в условиях спада.

Для оценки влияния кривой расходов на динамику уровней в створах построены кривые $Q(z)$ по данным 2013 и 2014 гг. (рис. 5), которые условно названы Q_{2013} (кривая 1) и Q_{2014} (кривая 2). Они несколько смещены друг относительно друга, и расхождение между ними увеличивается с ростом уровней. Так, при $z \approx 41.4$ мБС отклонение расходов в двух кривых составляет $\sim 9.1\%$, а при $z \approx 36.1$ мБС $\sim 0.4\%$. С использованием этих двух кривых в качестве граничного условия в замыкающем створе выполнены численные расчеты для указанного периода в 2014 г.

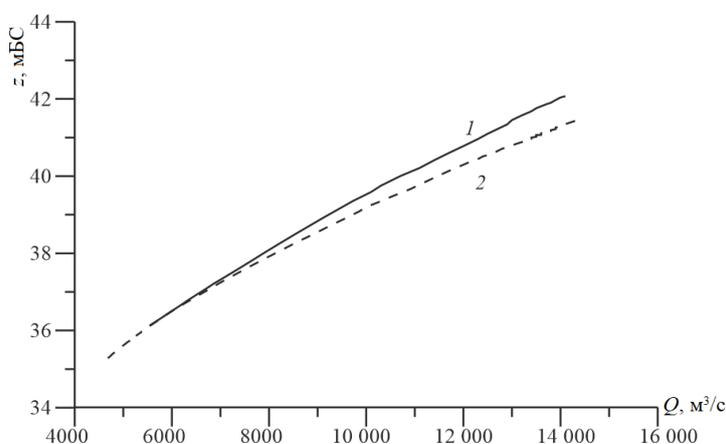


Рис. 5. Кривые расходов: 1 — данные 2013 г., 2 — данные 2014 г.

Fig. 5. Water flow curves: 1 — data of 2013 year, 2 — data of 2014 year

На рис. 6 приведена динамика полученных расходов и уровней в русле на 50-е сутки от начала расчетного периода. Вблизи этого момента времени в большинстве створов, расположенных выше по течению от с. Александровское, уровень воды близок к максимальному для этого года. В качестве условия в замыкающем створе использовалась кривая Q_{2013} . Скачки расходов соответствуют местам впадения притоков.

На рис. 7 приведены данные сравнения расчетных уровней с использованием в качестве граничного условия в выходном створе двух кривых расходов Q_{2013} , Q_{2014} с дан-

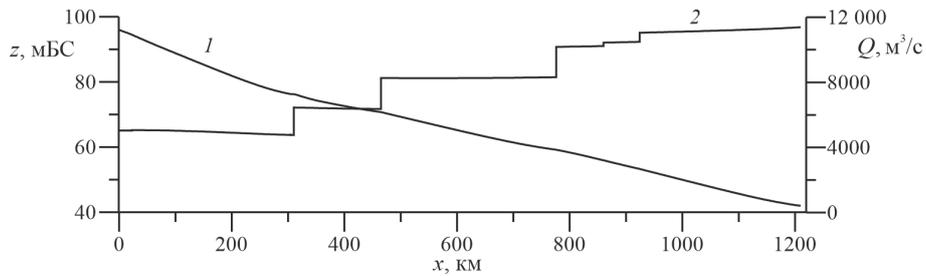


Рис. 6. Изменение уровней (1) и расходов (2) по длине русла на 50-е сутки расчетного периода
Fig. 6. Changes in levels (1) and water flows (2) along the length of the channel on the 50th day of the computational period

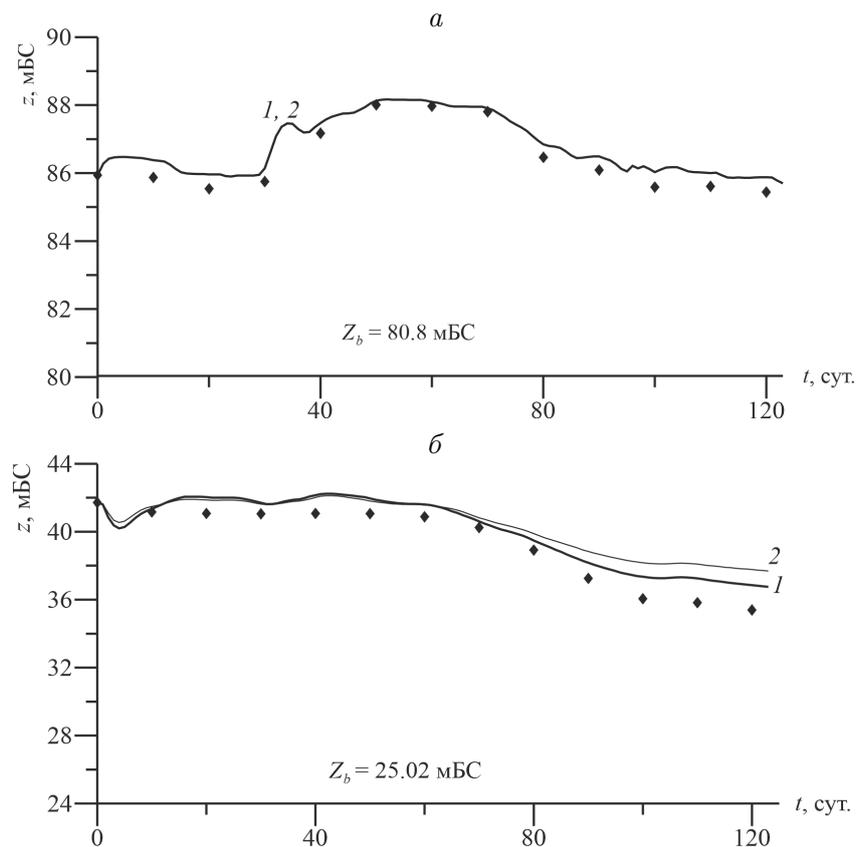


Рис. 7. Динамика уровней у гидропостов Дубровино (а) и Александровское (б): \blacklozenge — данные наблюдений; 1, 2 — данные расчетов с использованием кривых расходов Q_{2013} , Q_{2014} соответственно

Fig. 7. Dynamics of water levels at the Dubrovino (a) and Alexandrovskoye (b) hydrometric stations: \blacklozenge — observation data; 1, 2 — results of simulation using the water flow curves Q_{2013} , Q_{2014} accordingly

ными наблюдений. Различия между уровнями в двух расчетах у гидропоста с. Дубровино очень незначительны (данные графически неразличимы). Максимальное отклонение от данных наблюдений составляет $\sim 0.8\%$, среднее $\sim 0.4\%$. У гидропоста в с. Александровское расхождение между значениями уровней в двух расчетах составляет $\sim 2.5\%$ (максимальное) и $\sim 0.9\%$ (среднее). Расхождение между результатами, полученными при использовании кривой Q_{2013} , и данными наблюдений составляет $\sim 4.3\%$ (максимальное) и $\sim 2.1\%$ (среднее). При использовании кривой Q_{2014} максимальная ошибка около 6.9% , средняя около 2.9% . Ошибка к концу расчетного периода нарастает в связи с тем, что данных по притокам недостаточно: отсутствует информация по небольшим рекам. Следует отметить, что при использовании кривой расходов Q_{2013} результаты расчетов оказались ближе к данным наблюдений, чем при Q_{2014} .

Еще один источник погрешности — недостаточность морфометрической информации. Так, в местах впадения притоков приходится восстанавливать геометрию сечений посредством линейной интерполяции данных по створам с наличием морфометрических данных.

Заключение

Проанализированы результаты численного моделирования прохождения волны половодья на участке р. Оби от створа Новосибирской ГЭС до с. Александровское. Рассчитанные значения уровней воды сопоставлены с данными измерений. Показано, что методика расчета дает приемлемое согласование рассчитанных значений уровней воды с данными наблюдений. Продемонстрирована возможность использования в качестве граничного условия в замыкающем створе кривой расходов по данным предыдущего года. Качество полученных результатов может быть улучшено при использовании кривой, осредненной по нескольким годам при наличии данных наблюдений. Что касается прогнозных расчетов динамики уровней в период половодья, то здесь необходимо решить проблему отсутствия данных о приточности. В частности, следует рассмотреть возможность использования средних многолетних данных о расходах притоков.

Благодарности. Работа выполнена в рамках государственного задания ИВЭП СО РАН.

Список литературы

- [1] Харари Ф. Теория графов. М.: Мир; 1973: 300.
- [2] Понтрягин Л.С. Основы комбинаторной топологии. М.: Наука; 1986: 118.
- [3] Воеводин А.Ф., Шугрин С.М. Методы решения одномерных эволюционных систем. Новосибирск: Наука; 1993: 368.
- [4] Атавин А.А. Расчет неустановившегося течения воды в разветвленных системах речных русел или каналов. Динамика сплошной среды. 1975; (22):25–36.
- [5] Атавин А.А., Гладышев М.Т., Шугрин С.М. О разрывных течениях в открытых руслах. Динамика сплошной среды. 1975; (22):37–64.
- [6] Грушевский М.С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. Л.: Гидрометеоздат; 1982: 288.

- [7] **Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.** Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука; 1968: 687.
- [8] **Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С., Остапенко В.В.** Математическое моделирование трансформации волн паводков в руслах с поймами. Метеорология и гидрология. 2008; (3):88–95.
- [9] **Атавин А.А., Остапенко В.В.** Математическое моделирование катастрофических процессов на водных объектах. Доклады сессии РАН “Диагностика и прогноз чрезвычайных ситуаций”. М.; 2014: 47–69.
- [10] **Березин И.С., Жидков Н.П.** Методы вычислений. Т. 2. М.: Наука; 1966: 620.
- [11] **Ковыркина О.А., Остапенко В.В.** О сходимости разностных схем сквозного счета. Доклады Российской академии наук. 2010; 433(5):599–603.
- [12] **Атавин А.А., Овчинникова Т.Э., Пасечкина В.Ю.** Математическое моделирование прохождения волны паводка на участке верхней и средней Оби. Известия Алтайского отделения Русского географического общества. 2020; (4):13–21.
- [13] **Бочаров О.Б., Осокин А.Е.** Численное исследование автомодельных задач неизотермической двухфазной фильтрации. Сибирский журнал индустриальной математики. 2002; 5(1):8–19.
- [14] Автоматизированная информационная система государственного мониторинга водных объектов (АИС ГМВО). Адрес доступа: <https://gmvo.skniivh.ru> (дата обращения 20.09.2022).
- [15] **Гришанин К.В.** Динамика русловых потоков. Л.: Гидрометеиздат; 1979: 312.
- [16] **Двинских С.А., Девяткова Т.П., Китаев А.Б., Тереханова Т.А.** Динамика кривых расходов воды как индикатор русловых процессов. Географический вестник. 2012; (4):30–40.
- [17] **Беликов В.В., Борисова Н.М., Глотко А.В.** Численное гидродинамическое 2D-моделирование затопления г. Тулуна на р. Ия в паводок 2019 г. Водные ресурсы. 2021; 48(5):513–525.

On simulation of the hydrodynamic regime of currents in channel systems during the passage of a flood wave on the example of the Ob river section

A. A. ATAVIN, T. E. OVCHINNIKOVA*, O. V. KONDAKOVA

Institute for Water and Environmental Problems of the SB RAS, 656038, Barnaul, Russia

*Corresponding author: Tamara E. Ovchinnikova, e-mail: teonew@iwep.nsc.ru

Received December 13, 2022, revised January 16, 2023, accepted February 13, 2023.

Abstract

The goal of the study is to analyze the possibility of using the numerical model STREAM for performing research on the passage of a flood wave in a system of channels. The model was developed at IWEP SB RAS on the basis of one-dimensional Saint-Venant equations. It allows describing the

flow regimes in channels, represented as a directed graph of the tree type. In the nodes of the graph (channel gates), the conjugation conditions for the main hydrodynamic parameters flow rates and water levels are set.

The finite difference method is used to solve the system of equations. The difference scheme has a second order of accuracy in space and a first order in time. An approximate numerical estimate of the order of accuracy of the model using the Runge method is obtained.

Numerical simulation of the Ob river section under the conditions of a high-water year 2014 has been carried out. To construct the morphometric model of the graph, data from the pilot map of the river and data of the expedition studies of IWEP SB RAS were used. The hydrological information is taken from the open access source "Automated information System of State monitoring of water bodies". As a simulated object, a section of the Ob river from the Novosibirsk hydroelectric power station to Alexandrovskoye village is taken. The length of the site is 1210 km. The flow rates of six tributaries are taken into account. The graph consists of 12 segments. In the closing section, a boundary condition is set for water flow in the form of a flow rate versus level. To estimate the influence of the boundary condition on the simulation results, two water flow curves were constructed according to the data of 2013 and 2014 years.

Qualitative and quantitative estimates of the difference in levels using two different curves, as well as comparison with the measurement data, were obtained. It is shown that the calculation method provides an acceptable agreement between the calculated values of water levels and the observational data. The possibility of using the water flow curve according to the data of the previous year as a boundary condition in the closing gate is demonstrated.

Keywords: channel system, flood, wave propagation.

Citation: Atavin A.A., Ovchinnikova T.E., Kondakova O.V. On simulation of the hydrodynamic regime of currents in channel systems during the passage of a flood wave on the example of the Ob river section. Computational Technologies. 2023; 28(5):4–14. DOI:10.25743/ICT.2023.28.5.002. (In Russ.)

Acknowledgements. The work was carried out within the framework of the state task of the Institute for Water and Environmental Problems of the SB RAS.

References

1. **Harary F.** Graph theory. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company; 1969: 274.
2. **Pontryagin L.S.** Osnovy kombinatornoy topologii [Fundamentals of combinatorial topology]. Moscow: Nauka; 1986: 118. (In Russ.)
3. **Voevodin A.F., Shugrin S.M.** Metody resheniya odnomernykh evolyutsionnykh sistem [Methods for solving one-dimensional evolutionary systems]. Novosibirsk: Nauka; 1993: 368. (In Russ.)
4. **Atavin A.A.** Calculation of unsteady water flow in branched systems of riverbeds or channels. Dinamika Sploshnoy Sredy. 1975; (22):25–36. (In Russ.)
5. **Atavin A.A., Gladyshev M.T., Shugrin S.M.** On discontinuous currents in open channels. Dinamika Sploshnoy Sredy. 1975; (22):37–64. (In Russ.)
6. **Grushevskiy M.C.** Neustanovivsheesya dvizhenie vody v rekakh i kanalakh [Unsteady water movement in rivers and channels]. Leningrad: Hydrometeoizdat; 1982: 288. (In Russ.)
7. **Rozhdestvensky B.L., Yanenko N.N.** Sistemy kvazilineynykh uravneniy i ikh prilozheniya k gazovoy dinamike [Systems of quasi-linear equations and their applications in gas dynamics]. Moscow: Nauka; 1968: 687. (In Russ.)
8. **Voevodin A.F., Nikiforovskaya V.S., Ostapenko V.V.** Mathematical modeling of transformation of flood waves in stream channels with floodplains. Russian Meteorology and Hydrology. 2008; 33(3):193–198. DOI:10.3103/S1068373908030096.
9. **Atavin A.A., Ostapenko V.V.** Mathematical modelling of catastrophic processes on water bodies. Doklady Sessii RAN "Diagnostika i Prognoz Chrezvychaynykh Situatsiy". Moscow; 2014: 47–69. (In Russ.)
10. **Berezin I.S., Zhidkov N.P.** Metody vychisleniy [Calculation methods]. Vol. 2. Moscow: Nauka; 1966: 620. (In Russ.)

11. **Kovyrkina O.A., Ostapenko V.V.** On the convergence of shock-capturing difference schemes. *Doklady Mathematics*. 2010; 82(1):599–603. DOI:10.1134/S1064562410040265.
12. **Atavin A.A., Ovchinnikova T.E., Pasechkina V.Yu.** Mathematical modelling of the flood wave propagation in the section of upper and middle part of the Ob river. *Bulletin of the Altay branch of the Russian Geographical Society*. 2020; (4):13–21. (In Russ.)
13. **Bocharov O.B., Osokin A.E.** Numerical study of self-similar problems of non-isothermal two-phase filtration. *Sibirskiy Zhurnal Industrial'noy Matematiki*. 2002; 5(1):8–19. (In Russ.)
14. Automated information system of state monitoring of water bodies (AIS GMVO). Available at: <https://gmvo.skniivh.ru> (accessed 20.09.2022). (In Russ.)
15. **Grishanin K.V.** *Dinamika ruslovykh potokov [Dynamics of channel flows]*. Leningrad: Hydrometeoizdat; 1979: 312. (In Russ.)
16. **Dvinskikh S.A., Devyatkova T.P., Kitaev A.B., Terekhanova T.A.** Dynamics of water flow curves as an indicator of channel processes. *Geographical Bulletin*. 2012; (4):30–40. (In Russ.)
17. **Belikov V.V., Borisova N.M., Glotko A.V.** Numerical hydrodynamic 2D-simulation of the inundation of Tulun town on the Iya r. during flood 2019. *Water Resources*. 2021; 48(5):713–725. DOI:10.1134/S0097807821040023.